## **基础课56 随机事件、频率与概率**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **考点考向** | **课标要求** | **真题印证** | **考频热度** | **核心素养** |
| 随机事件的概率 | 理解 | 2022年全国乙卷（理）  2022年北京卷  2020年全国Ⅰ卷（文） | ★★★ | 数据分析  逻辑推理  数学运算 |
| 命题分析预测 | 从近几年高考的情况来看，主要以解答题的形式出现，往往和其他概率统计知识综合，属于中档题，预计2025年高考的命题情况变化不大，在一轮复习中要正确理解相关概念，并会熟练计算相应数据 | | | |

### **基础知识·诊断**

#### **夯实基础**

##### **一、样本空间和随机事件**

1.样本点和有限样本空间

（1）样本点：随机试验的每个可能的①基本结果称为样本点，常用 表示.全体样本点的集合称为试验的样本空间，常用 表示.

（2）有限样本空间：如果一个随机试验有个可能结果,, ,，则称样本空间,, ,为有限样本空间.

2.随机事件

（1）定义：将样本空间 的②子集称为随机事件，简称事件.

（2）表示：一般用大写字母,,, 表示.

（3）随机事件的极端情形：必然事件、不可能事件.

##### **二、两个事件的关系和运算**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 含义 | 符号表示 |
| 包含关系 | A发生导致发生 | ③ |
| 相等关系 | 且 | ④ |
| 并事件（和事件） | 与至少一个发生 | 或 |
| 交事件（积事件） | 与同时发生 | 或 |
| 互斥（互不相容） | 与不能同时发生 |  |
| 互为对立 | 与有且仅有一个发生 | ⑤ ， |

##### **三、频率与概率**

1.频率的稳定性

一般地，随着试验次数的增大，频率偏离概率的幅度会缩小，即事件发生的频率会逐渐⑥稳定于事件发生的概率，我们称频率的这个性质为频率的稳定性.

2.频率稳定性的作用：可以用频率估计概率.

#### **诊断自测**

##### **题组1 走出误区**

1. 判一判.（对的打“√”,错的打“×”）

（1） 两个事件的和事件是指两个事件都发生.( × )

（2） 若是必然事件，则与是对立事件.( × )

（3） 若随机事件发生的概率为，则.( √ )

（4） 掷一枚硬币两次，出现“两个正面”“一正一反”“两个反面”，这三个结果是等可能的.( × )

2. （易错题）若把一枚质地均匀的硬币连续抛掷2000次，其中有996次正面朝上，1004次反面朝上，则掷一次硬币正面朝上的概率为 0.5.

**【易错点】**混淆概率与频率的概念而将作为答案.

[解析]通过做大量的试验可以发现，正面朝上的频率都在0.5附近摆动，故掷一次硬币正面朝上的概率为0.5.

##### **题组2 走进教材**

3. （人教A版必修改编）若一个人打靶时连续射击两次，则事件“至少有一次中靶”的互斥事件是( D ).

A. 至多有一次中靶 B. 两次都中靶 C. 只有一次中靶 D. 两次都不中靶

[解析]“至少有一次中靶”的对立事件是“两次都不中靶”，而对立事件必为互斥事件.故选.

4. （多选题）（人教A版必修改编）抛掷一颗质地均匀的骰子，有如下随机事件：“点数为”，其中,2,3,4,5,6，“点数不大于2”，“点数大于2”，“点数大于4”.下列结论正确的是( ).

A.与互斥B.与为对立事件 C.D.

[解析]该事件的样本空间可表示为，由题意知，，，.对于，,,满足 ，所以与互斥，所以正确； 对于，,，满足 ，但不满足 ，所以错误； 对于，满足，所以正确； 对于，，所以错误. 故选.

##### **题组3 走向高考**

5. [2022·北京卷节选]在校运动会上，只有甲、乙、丙三名同学参加铅球比赛，比赛成绩达到以上（含）的同学将获得优秀奖.为预测获得优秀奖的人数及冠军得主，收集了甲、乙、丙以往的比赛成绩，并整理得到如下数据（单位：）：

甲：，，，，，，，，，.

乙：，，，，，.

丙：，，，.

假设用频率估计概率，且甲、乙、丙的比赛成绩相互独立，估计甲、乙、丙在校运动会的铅球比赛中获得优秀奖的概率分别为,,.

[解析]由频率估计概率可得甲获得优秀奖的概率为，乙获得优秀奖的概率为，丙获得优秀奖的概率为0.5.

### **考点聚焦·突破**

#### **考点一 随机事件与样本空间［自主练透］**

1. 下列事件是随机事件的是( A ).

A. 守株待兔 B. 瓮中捉鳖 C. 水中捞月 D. 水滴石穿

[解析]“守株待兔”是随机事件，故正确；“瓮中捉鳖”是必然事件，故错误；“水中捞月”是不可能事件，故错误；“水滴石穿”是必然事件，故错误.故选.

2. 若用3种不同颜色给甲、乙两个小球随机涂色，每个小球只涂一种颜色，记事件表示“甲、乙两个小球所涂颜色不同”，则事件的样本点的个数为( B ).

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

[解析]设3种不同颜色分别用，，表示，该事件的样本空间，，，，，，，，，其中事件，，，，，，共6个样本点.故选.

3. 笼子中有4只鸡和3只兔，若依次取出一只，直到3只兔全部取出，记录剩下动物的脚数，则该试验的样本空间，2，4，6，.

[解析]最少需要取3次，最多需要取7次，那么剩余鸡的只数最多4只，最少0只，所以剩余动物的脚数可能是8，6，4，2，0.



**确定样本空间的方法**

1.必须明确事件发生的条件；

2.根据题意，按一定的次序列出样本点.特别要注意样本点出现的机会是均等的，按规律去写，要做到既不重复也不遗漏.

#### **考点二 随机事件的关系与运算［自主练透］**

1. 设,为两个事件，则表示( C ).

A. 必然事件 B. 不可能事件

C. 与恰有一个发生 D. 与不同时发生

[解析]表示事件,至少有1个发生，表示事件，至少有一个不发生，所以表示与恰有一个发生.故选.

2. 抛掷一枚质地均匀的正方体骰子，若事件“向上的点数为3”，“向上的点数为6”，“向上的点数为3或6”，则( D ).

A. B. C. D.

[解析]对于，若事件“向上的点数为3”发生，则事件“向上的点数为6”一定不发生，故不正确；

对于，若事件“向上的点数为3或6”发生，则事件“向上的点数为6”不一定发生，故不正确；

对于，事件和事件不能同时发生， ，故不正确；

对于，事件“向上的点数为3”或事件“向上的点数为6”发生，则事件“向上的点数为3或6”发生，故正确.故选.

3. [2024·长春模拟]口袋中装有3个红球和4个黑球，每个球编有不同的号码，现从中取出3个球，则互斥而不对立的事件是( D ).

A. “至少有1个红球”与“至少有1个黑球”

B. “至少有1个红球”与“都是黑球”

C. “至少有1个红球”与“至多有1个黑球”

D. “恰有1个红球”与“恰有2个红球”

[解析]对于，如取出“2个红球和1个黑球”，与“至少有1个黑球”不是互斥事件，所以不符合题意；

对于，“至少有1个红球”与“都是黑球”不能同时发生，且必有其中1个发生，所以为互斥事件，且为对立事件，所以不符合题意；

对于，如“取出2个红球和1个黑球”，与“至多有1个黑球”不是互斥事件，所以不符合题意；

对于，“恰有1个红球”与“恰有2个红球”不能同时发生，所以为互斥事件，但不是对立事件，所以符合题意.故选.

4. （多选题）（改编）现对新生产的10台机器人进行了分类：2台用于表演，6台用于生产作业，2台备用.现从中选择一台机器人，设事件为“机器人用于表演”，事件为“机器人用于生产作业”，事件为“机器人作为备用”,事件为“机器人不作为备用”,则下列结论正确的有( ABD ).

A. B.

C. D.

[解析]对于,，正确；

对于,因为，为互斥事件，所以，正确；

对于,，，不正确；

对于,因为，是对立事件，故正确.故选.



**事件的关系运算策略**

1.互斥事件是不可能同时发生的事件，但也可以同时不发生.

2.进行事件的运算时，一是要紧扣运算的定义，二是要全面考虑同一条件下的试验可能出现的全部结果，必要时可列出全部的试验结果进行分析，也可类比集合的关系和运用图分析事件.

#### **考点三 随机事件的频率与概率［师生共研］**

典例 [2024·上饶模拟]某超市计划按月订购一种酸奶，每天的进货量相同，进货成本为每瓶4元，售价为每瓶6元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶2元的价格当天全部处理完.根据往年的销售经验，每天的需求量与当天最高气温（单位：）有关.如果最高气温不低于，需求量为500瓶；如果最高气温位于区间，需求量为300瓶；如果最高气温低于，需求量为200瓶.为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得到下面的频数分布表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 最高气温/ |  |  |  |  |  |  |
| 天数 | 2 | 16 | 36 | 25 | 7 | 4 |

以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率.

（1）估计六月份这种酸奶一天的需求量不超过300瓶的概率；

（2）设六月份一天销售这种酸奶的利润为（单位：元），当六月份这种酸奶一天的进货量为450瓶时，写出的所有可能值，并估计大于零的概率.

[解析]（1）当且仅当最高气温低于时，这种酸奶一天的需求量不超过300瓶，由表中数据可知，最高气温低于的频率为，所以这种酸奶一天的需求量不超过300瓶的概率的估计值为0.6.

（2）当这种酸奶一天的进货量为450瓶时，

若最高气温低于，则；

若最高气温位于区间，则；

若最高气温不低于，则.

故利润的所有可能值为，300，900.

当且仅当最高气温不低于时，大于零，由表格数据知，最高气温不低于的频率为，

因此大于零的概率的估计值为0.8.



**计算简单随机事件的频率或概率的解题思路**

1.计算所求随机事件出现的频数及总事件的频数；

2.由频率公式得所求，用频率估计概率.

##### **针对训练**

电影公司随机收集了电影的有关数据，经分类整理得到下表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 电影类型 | 第一类 | 第二类 | 第三类 | 第四类 | 第五类 | 第六类 |
| 电影部数 | 140 | 50 | 300 | 200 | 800 | 510 |
| 好评率 | 0.4 | 0.2 | 0.15 | 0.25 | 0.2 | 0.1 |

好评率是指一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值.

（1） 从电影公司收集的电影中随机选取1部，求这部电影是获得好评的第四类电影的概率；

[解析]由题意知，样本中电影的总部数是，第四类电影中获得好评的电影部数是.故所求概率为.

（2） 随机选取1部电影，估计这部电影没有获得好评的概率；

[解析]由题意知，样本中获得好评的电影部数是.

故所求概率估计为.

（3） 电影公司为增加投资回报，拟改变投资策略，这将导致不同类型电影的好评率发生变化.假设表格中只有两类电影的好评率数据发生变化，那么哪类电影的好评率增加，哪类电影的好评率减少，可以使得获得好评的电影总部数与样本中的电影总部数的比值达到最大（只需写出结论）?

[解析]增加第五类电影的好评率，减少第二类电影的好评率.